



## OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

### Etapa locală, 27.01.2007

### CLASA a IX-a (OM1)

1. Dacă  $a, b, c > 0$  astfel încât  $a + 2b + 3c = 4$ , demonstrați că:

a)  $\sqrt{a} + \sqrt{2b} + \sqrt{3c} < \frac{7}{2}$ .

b)  $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \geq 9$ .

GM 5/2006

2. Să se demonstreze că numerele distincte  $a, b, c$  sunt în progresie aritmetică dacă și numai dacă are loc relația:  $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac = 3(a - b)(b - c)$ .

prof. Gheorghe Andrei

3. Pe laturile  $(AB)$  și  $(AC)$  ale triunghiului  $ABC$  se iau punctele  $M \in (AB)$ ,  $N \in (AC)$  astfel încât  $BM = x$ ,  $CN = x$ . Să se arate că există o singură valoare a lui  $x$  pentru care  $G \in (MN)$ , unde  $G$  este centrul de greutate al triunghiului  $ABC$ .

prof. Doru Constantin Caragea

4. Fie triunghiul  $ABC$  și  $M$  mijlocul laturii  $(BC)$ . Dacă triunghiul  $ABC$  verifică proprietatea că pentru orice  $P \in (AB)$  există  $Q \in (AC)$  astfel încât centrul de greutate al triunghiului  $MPQ$  aparține bisectoarei unghiului  $BAC$ , atunci triunghiul  $ABC$  este isoscel.

prof. Nelu Chichirim

Subiectele au fost selectate de profesorii: Doru Constantin Caragea, Gheorghe Andrei, Nelu Chichirim, Cătălin Zîrnă.

#### NOTĂ

- Timp de lucru 3 ore.
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7. Nu se acordă puncte din oficiu.