



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală, 27.01.2007

CLASA a IX-a (OM1)

1. Dacă $a, b, c > 0$ astfel încât $a + 2b + 3c = 4$, demonstrați că:

a) $\sqrt{a} + \sqrt{2b} + \sqrt{3c} < \frac{7}{2}$.

b) $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \geq 9$.

GM 5/2006

2. Să se demonstreze că numerele distincte a, b, c sunt în progresie aritmetică dacă și numai dacă are loc relația: $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac = 3(a - b)(b - c)$.

prof. Gheorghe Andrei

3. Pe laturile (AB) și (AC) ale triunghiului ABC se iau punctele $M \in (AB)$, $N \in (AC)$ astfel încât $BM = x$, $CN = x$. Să se arate că există o singură valoare a lui x pentru care $G \in (MN)$, unde G este centrul de greutate al triunghiului ABC .

prof. Doru Constantin Caragea

4. Fie triunghiul ABC și M mijlocul laturii (BC) . Dacă triunghiul ABC verifică proprietatea că pentru orice $P \in (AB)$ există $Q \in (AC)$ astfel încât centrul de greutate al triunghiului MPQ aparține bisectoarei unghiului BAC , atunci triunghiul ABC este isoscel.

prof. Nelu Chichirim

Subiectele au fost selectate de profesorii: Doru Constantin Caragea, Gheorghe Andrei, Nelu Chichirim, Cătălin Zîrnă.

NOTĂ

- Timp de lucru 3 ore.
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7. Nu se acordă puncte din oficiu.