Ministerul Educatiei si Cercetarii
Inspectoratul Scolar Judetean Constanta
Str. Mihai Eminescu nr.11, Constanta
Tel.: 0241/611913 Fax :0241/618880
www.isjcta.ro, e-mail: isj-cta@isjcta.ro
Cod postal: 900664

# OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
## Etapa locală, 27.01.2007
### CLASA a X-a (OM1)

**1.** Rezolvați în **R** ecuația: $2^{\log_3\left(x+\frac{1}{x}+1\right)}+\left(x^2+\frac{1}{x^2}+1\right)^{\log_3 2}=4$.

GM 4/2006

**2.** a) Să se arate că $\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}}<2\sqrt{n}$ , pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$.

b) Arătați că $\left[\log_2\left(2^{\frac{1}{\sqrt{1}}}+2^{\frac{1}{\sqrt{2}}}+\ldots+2^{\frac{1}{\sqrt{100}}}\right)\right]=6$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a.

prof. Nelu Chichirim

**3.** Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$. Să se demonstreze inegalitățile:

$$\left(|1-z_1z_2|-|z_1-z_2|\right)^2 \le \left|\left(1-z_1^2\right)\left(1-z_2^2\right)\right| \le \left(|1-z_1z_2|+|z_1-z_2|\right)^2.$$

prof. Gheorghe Andrei

**4.** Fie a, b, c > 0 şi f, g : $[0, \infty) \to$ **R**, $f(x)=a^x+b^x$, $g(x)=a^x+b^x+c^x$. Să se arate că:

a) Dacă $ab\ge 1$, atunci f este crescătoare.

b) Dacă $abc\ge 1$, atunci g este crescătoare.

prof. Marius Cavachi

Subiectele au fost selectate de profesorii: Doru Constantin Caragea, Gheorghe Andrei, Nelu Chichirim, Cătălin Zîrnă.

NOTĂ

- Timp de lucru 3 ore.
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7. Nu se acordă puncte din oficiu.