

Ministerul Educației și Cercetării

Olimpiada Națională de Matematică 2007
Etapa județeană și a Municipiului București
3 martie 2007
CLASA A VII-A

Subiectul 1. Punctul O este intersecția mediatoarelor laturilor triunghiului ABC . Fie D intersecția dreptei AO cu segmentul BC . Știind că $OD = BD = \frac{1}{3} \cdot BC$, să se afle măsurile unghiurilor triunghiului ABC .

Subiectul 2. O urnă conține bile albastre și bile roșii. O persoană a inventat următorul joc: extrage succesiv bile, până când constată că pentru prima dată numărul de bile albastre extrase este egal cu numărul de bile roșii extrase. La unul dintre jocuri constată că în final au fost extrase 10 bile și că nu există 3 bile de aceeași culoare extrase consecutiv. Să se arate că în această situație a cincea și a șasea bilă extrase au culori diferite.

Subiectul 3. Fie a și b numere naturale cu $b > a \geq 2$. Să se arate că dacă numărul $a + k$ este prim cu numărul $b + k$, pentru orice $k = 1, 2, \dots, b - a$, atunci a și b sunt numere consecutive.

Subiectul 4. Fie n un număr natural compus. Folosind eventual faptul că $a \geq 1$ este divizor al lui n dacă și numai dacă $\frac{n}{a}$ este divizor al lui n , să se arate că există numerele naturale $k > 1$ și $a_1, a_2, \dots, a_k > 1$ astfel ca

$$a_1 + a_2 + \dots + a_k = n \cdot \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_k} \right).$$

Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii