

Ministerul Educației și Cercetării

Olimpiada Națională de Matematică 2007
Etapa județeană și a Municipiului București
3 martie 2007
CLASA A VIII-A

Subiectul 1. Se consideră numerele reale strict pozitive x, y, z cu proprietatea că $xy = \frac{z - x + 1}{y} = \frac{z + 1}{2}$. Să se arate că unul dintre numere este media aritmetică a celorlalte două.

Subiectul 2. Se consideră un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 2$ și $BC = \sqrt{3}$. Punctul M aparține laturii AD astfel ca $MD = 2 \cdot AM$ și punctul N este mijlocul segmentului AB . Pe planul dreptunghiului se ridică perpendiculara MP și alegem punctul Q pe segmentul MP astfel încât măsura unghiului planelor (MPC) și (NPC) să fie de 45° , iar măsura unghiului planelor (MPC) și (QNC) să fie de 60° .

- a) Să se arate că dreptele DN și CM sunt perpendiculare.
- b) Să se arate că punctul Q este mijlocul segmentului MP .

Subiectul 3. Opt numere naturale consecutive se împart în două mulțimi disjuncte cu câte 4 elemente. Să se arate că dacă suma pătratelor elementelor din prima mulțime este egală cu suma pătratelor elementelor din a doua mulțime atunci suma elementelor primei mulțimi este egală cu suma elementelor celei de-a doua.

Subiectul 4. Punctele unui cerc se colorează cu verde sau galben astfel încât orice triunghi echilateral înscris în cerc să aibă exact două vârfuri colorate în galben. Să se arate că există un pătrat înscris în cerc care are cel puțin trei vârfuri colorate în galben.

Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii